

UNIVERSITÉ PAUL SABATIER - LICENCE DE PHYSIQUE

Deuxième année

Mécanique et Applications à l'Astrophysique Control Terminal – Session 2 :

2 Juillet 2009, 13h15. Durée: 1:30h

Aucun document n'est autorisé

A. Questions de cours (5 points)

- 1 – Énoncer les deux lois fondamentales décrivant la dynamique d'un solide indéformable.
- 2 – Énoncer le théorème de Huygens-Steiner pour le moment d'inertie d'un solide.

B. Problème (15 points)

Dans un référentiel $R(O,x,y)$ supposé galiléen, un wagonnet de masse M et de centre de masse A roule sans frottement sur un plan horizontal. On supposera qu'il n'est soumis à aucune force colinéaire à \mathbf{e}_y , et on appellera y_A la projection du vecteur position OA du centre de masse sur Oy . Un pendule simple B constitué d'une tige rigide sans masse de longueur l et d'une masse ponctuelle m est suspendu au point A . La position du pendule est repérée par l'angle ϕ par rapport à la verticale x , direction de la pesanteur (voir figure) g . On néglige la masse des roues du wagonnet.

- 1 – Donner en fonction de ϕ et y_A la position y_C du centre de masse de l'ensemble wagonnet + pendule.
- 2 – Que peut-on dire de la quantité de mouvement totale de l'ensemble wagonnet + pendule ?
- 3 – En déduire une relation entre l'accélération du wagonnet et les caractéristiques du mouvement angulaire du pendule.
- 4 – Calculer l'énergie cinétique du wagonnet par rapport à R
- 5 – Calculer l'énergie cinétique du pendule par rapport à R en fonction de y_A et de ϕ et leurs dérivées.

6 – Calculer l'énergie potentielle du système. On prendra comme origine des énergies potentielles le centre de masse du wagonnet.

7 – Calculer l'énergie mécanique totale du système.

8 – En déduire l'équation générale du mouvement du pendule. Éliminer y_A en utilisant le résultat de la question 3 pour obtenir une équation différentielle uniquement en ϕ .

9 – En déduire la fréquence pour des petites oscillations ($\phi \ll 1$) du pendule.

10 – Montrer que dans la limite $M \ll m$ on retrouve la fréquence habituelle d'un pendule attaché à un point fixe en R .

